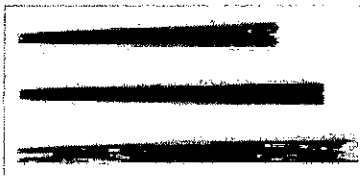


平成26年度  
相馬市  
第2回 算数・数学学力向上研修会

～活用力を高める  
授業改善のポイント～

資料 中学校編

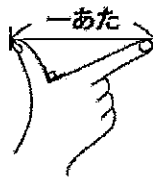


使いやすいはしの長さのめやす

使いやすいはしの長さのめやすは、「<sup>ひと</sup>一あた半」と言われています。

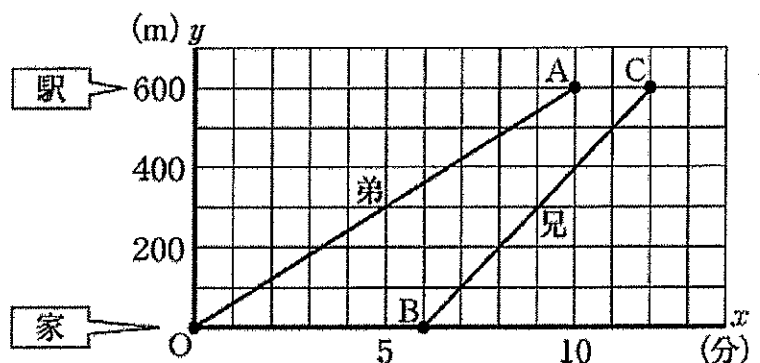
一あたは、親指と人差し指を直角に広げたときのそれぞれの指先を結んだ長さです。

一あた半は、一あたを1.5倍した長さです。



平成26年度全国学力・学習状況調査算数B5より

弟と兄の進むようす



平成26年度全国学力・学習状況調査B問題6より

期日：平成26年8月8日(金)

会場：相馬市教育研究実践センター

# 【目次】

## I 理論編

1	本県の算数・数学科における実態と課題	P 1
2	算数的活動	P 4
3	問題解決的な学習の展開	P 6
4	言語活動の充実	P 8
5	評価の充実	P 14
6	活用力を高める	P 17

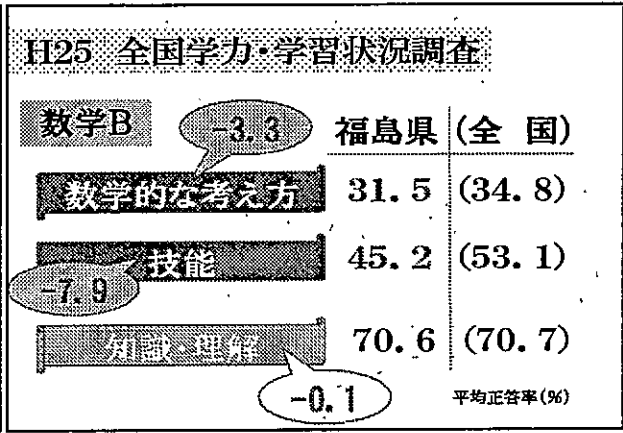
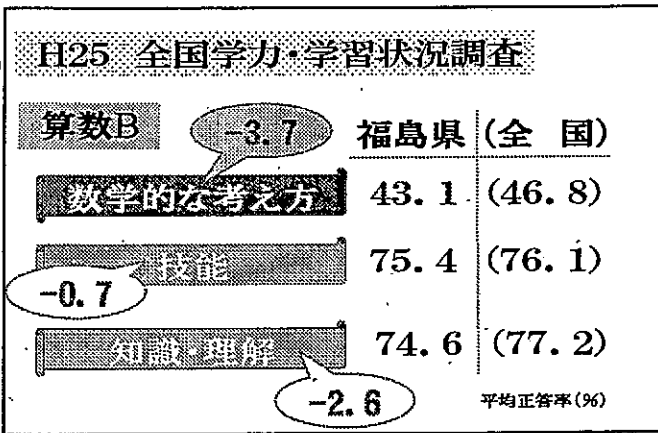
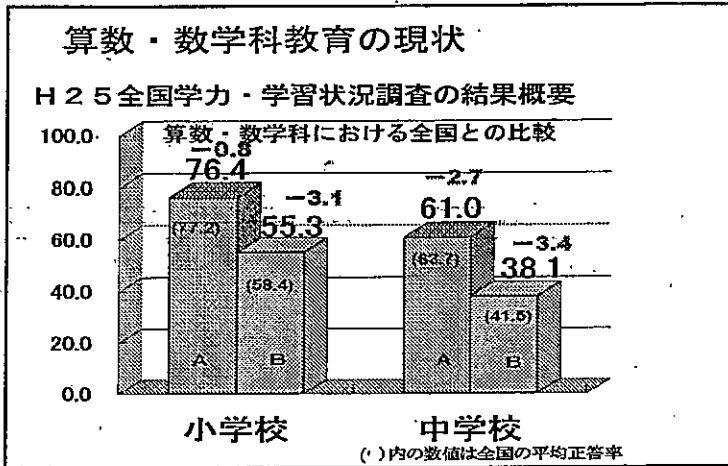
## II 実践編

1	子どもの思考をゆさぶる問題づくりの手法	P 22
2	活用力を高める問題	P 27
◎	PISA2012 L字型の面積	
◎	全国学力・学習状況調査	
	・平成25年度 算数 B問題	5
	・平成26年度 算数 B問題	5
	・平成25年度 数学 B問題	3
	・平成26年度 算数 B問題	5

# I 理論編

## 1 本県の算数・数学科における実態と課題

平成25年度全国学力・学習状況調査結果（概要版）より



### H25 算数Bの記述式における無解答率

設問	福島	全国
1 (2)	0.6	0.9
2 (3)	16.3	19.0
3 (2)	12.8	15.6
4 (1)	9.3	11.4
5 (2)	5.6	7.8

### H25数学Bの記述式における無解答率

設問	福島	全国
1 (3)	4.2	4.5
2 (1)	25.6	23.1
2 (2)	36.8	34.9
3 (2)	35.9	34.1
4 (1)	24.8	23.3
5 (2)	46.2	43.1
6 (3)	50.1	43.2

#### 「書く」ことから見る評価の例

90÷30の商は、9÷3の商と同じで3になる。

事実

90÷30の商は、9÷3と考えて計算すれば求まる。

方法

90÷30の商は、10をもとにして9÷3と考えて計算すればいいので、商は3になる。

理由

#### 「書く」ことから見る評価の例

正方形をx個作るときのマッチ棒の本数は(3x+1)本である。

事実

3本のマッチ棒の固まりがx個あり、残りのマッチ棒が1本あると考える。

方法

3本のマッチ棒の固まりがx個と残り1本のマッチ棒を合わせれば求まる。

理由

◎全国学力・学習状況調査 B問題「記述式の問題」

a) 「事柄」や「事実」の記述

- ・数量や図形、数量関係を考察して見いだした事実を確認したり説明したりする。

「整数の性質、図形の性質や定義、数量の関係の記述」

「表やグラフなどから見いだせる傾向や特徴の記述」

※説明する対象を明らかにして記述

b) 「方法」や「手順」の記述

- ・問題を解決するために見通しをもち、筋道を立てて考え、その考え方や解決方法を説明する。

「問題を解決するための自分の考え方や解決方法を記述すること」

「他者の考え方や解決方法を理解して、記述すること」

「ある場面の解決方法を基に別の場面の解決方法を考え、記述する」

c) 「理由」の記述

- ・論理的に考えを進めてそれを説明したり、判断や考えの正しさを説明したりする。

「ある事柄が成り立つことの原因や判断の原因を記述」

「『AだからBとなる』のように、Aという理由及びBという結論を明確にして考え記述」

「理由が複数ある場合は、それらをすべて取り上げて記述」



◎今後の指導に当たって

◇ 算数・数学的活動を重視した指導の充実

- 子どもから「疑問」「迷い」等を引き出し、子どもが主体的に問題解決を図る学習を充実させる。
- 子ども一人一人のつまずきや理解の仕方等を適切に見取り、問題解決学習に位置付け、「わかる」「できる」授業の充実を図る。

◇ 言語活動の充実・改善

- 言葉、数、式、図、表、グラフといった数学的な表現を活用して、自分の考え方や判断の理由等を記述する活動を授業の中に位置付ける。
- 子ども同士が学び合う活動を重視し、その過程で考え方や解答を選択したり、正しい根拠等を筋道立てて説明し、それを記述したりする活動を充実する。
- 子どもの表現をより数学的に高めていくための指導を充実する。

◇ 適用問題を解く時間の確保

- 「何がわかり、何ができるようになったのか、どのような考えがよかったのか」など、数学的な見方や考え方も含めて意識できる適用問題を準備し、子ども一人一人に応じた解決の方法等にも配慮して実施する。

◇ 子どもの実態に応じた指導

- 本調査において課題となっている学習内容（割合、資料の活用など）及び考え方や判断の根拠を記述する問題形式について、個に応じた指導を充実する。
- 本調査における解答類型から子どもの実態を把握（特に、誤答している子どもの分析）し、それに応じたきめ細かい指導を充実する。

◇ 年間を見通した授業実践

- 年間指導計画を活用して学習進度をチェックし、子どもの実態に応じて学習指導要領の内容を年間を見通してバランスよく、軽重を付けながら指導する。

# 全国学力・学習状況調査「算数・数学B（活用）問題」の結果を踏まえた算数・数学の授業改善の重点ポイント

義務教育課

条件過多・条件不足  
日常生活場面

友達とのズレ 予想とのズレ  
既習とのズレ 感覚とのズレ

## 「問題」の工夫

考えたい・調べたい・やってみよう等

- ・授業の再現による復習と予習
- ・つまずきやすい学習内容の継続的な指導(計算のさまり、割合、面積等)
- ・全国学力状況調査B問題の活用
- ・定着確認シートの活用

## 考え方・理由を記述する力の育成

自分や友達の考えを筋道立てて記述する  
考えたこと、判断したことの理由を記述する

## 家庭学習の工夫

テスト時間中の個に応じた発展問題等の活用  
(定着確認、全国学力調査B問題等)

## 聞き取り再現する力の育成

能動的な聞き手を育てる  
聞いて理解する力を育てる  
聞いたことを自分の分かり方で再現する力を育てる

授業との  
リンク

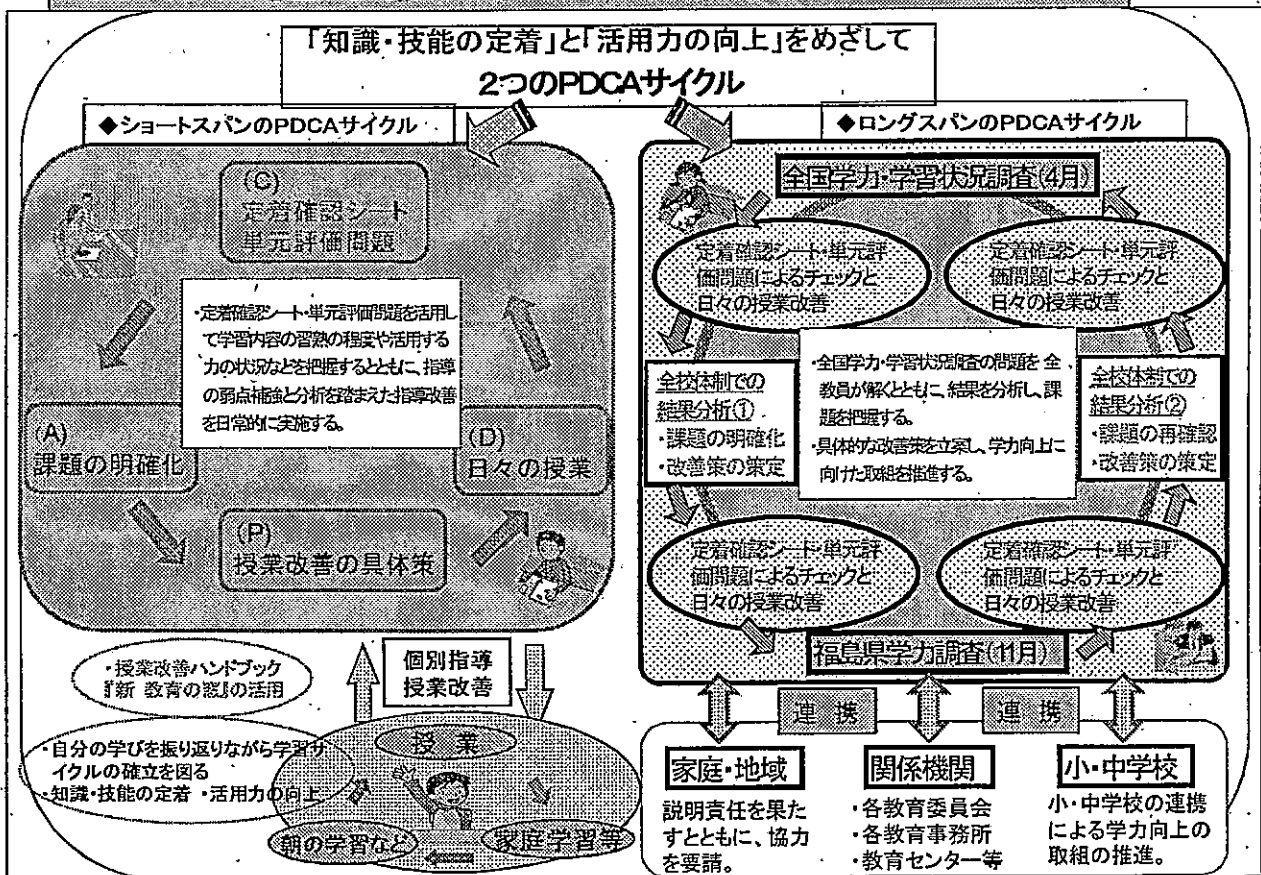
## 単元テストの工夫

テスト前の復習及びテスト後の補充学習の工夫

子どもの学びの質を高める各学校の授業改善サイクルの日常化

PDCAサイクルを生かした授業改善のための、定着確認シート・単元評価問題の活用

H25. 5. 20



## 2 算数・数学的活動

### 小学校算数科の目標

算数的活動を通して、数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てるとともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気づき、進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる。  
(小学校学習指導要領 算数)

### 中学校数学科の目標

数学的活動を通して、数量や図形についての基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。

(中学校学習指導要領 数学)

算数・数学科の目標は「算数的活動を通して～」である。

算数・数学的活動とは・・・

子どもが目的意識をもって、主体的に取り組む算数にかかわりのある様々な活動

なんのために？

数量や図形の意味を実感をもってとらえたり、思考力・判断力・表現力を高めたりするとともに、算数を学ぶ楽しさや意義を実感できるようにするため

ポイントとは？

児童の目的意識

【例えば…】

長さを「比べる活動」  
【教師が設定】



長さをはっきりと数値化して「表す活動」  
【子どもが問い（めあて）の解決のために自ら起こした活動】

どっちが長いかな？  
はっきりさせたいな。



ここが算数・数学的活動  
の始まり

目的意識

【例えば…】

マッチ棒の本数を求める活動 【教師が設定】



正方形が  $n$  個のときのマッチ棒の本数を求める式をいくつか考える活動 【子どもが問い(めあて)の解決のために自ら起こした活動】

n 個のとき何本かな？  
はっきりさせたいな。

目的意識



ここから数学的活動  
が始まる

算数・数学的活動に含まれない学習

- ・ 教師の説明を一方向的に聞くだけの学習
- ・ 単なる計算練習を行うだけの学習

(解説 算数編 P10)

算数的活動として、頻繁に行われる活動は…

- |        |        |         |            |
|--------|--------|---------|------------|
| ①数える活動 | ②表す活動  | ③比べる活動  | ④見付ける活動    |
| ⑤作る活動  | ⑥調べる活動 | ⑦実測する活動 | ⑧検討・予測する活動 |
| ⑨選ぶ活動  | ⑩分ける活動 | ⑪確かめる活動 | 等          |

数学的活動として行われる活動は次の三つ

数学的活動は基本的に問題解決の形で行われ、その過程では、試行錯誤をしたり、操作したり、資料を収集整理したり、実験したり、観察したりするなど数学に関わりのある様々な営みが行われますが、中学校数学科において重視しているのは、次の三つの数学的活動です。

- 数や図形の性質などを見いだす活動
- 数学を利用する活動
- 数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動

算数・数学的活動を取り入れた授業と指導の工夫


目的意識をもって主体的に取り組むとは、新たな性質や考え方を見いだそうとしたしたり、具体的な課題を解決しようとしたりすることである。

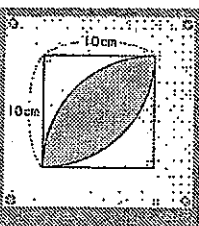
算数・数学的活動の中心は思考活動である。手や体を使った作業的・体験的な活動であっても思考活動を伴わなければ、算数・数学的活動とは言えない。そこで、算数・数学的活動を取り入れた授業では、次のような一連の思考活動を展開することが有効である。

1. 子どもから問いが発生し、考えたいという意欲がわく。(思考の発生)
2. 既習経験や既習事項を振り返り、解決の見通しをたてる。(既習に基づく思考の方向性の決定)
3. 見通した考えをもとに、問題解決方法を考える。(既習に基づく思考による解決)
4. 新たな考えやそのよさを発見したり、よりよい考えに高めたりする。(思考のよさの発見やよりよい思考への向上)

### 3 問題解決的な学習の展開


◎問題解決的な学習の展開例 ～数学的な見方や考え方の定着～





(教科書:H23東京書籍6年上より)

問題を自覚し自ら考えて  
解決する授業



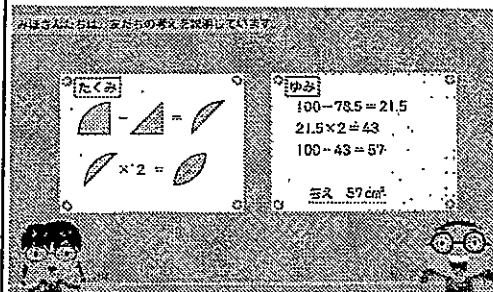
① まず自分で考えてみよう

② 自分の考えをかき表そう

「まず自分で考えてみよう」  
「ほかの人が話してくれるようにしよう」  
「自分の考え、別の求め方を考えよう」

**「聞き手」を育てよう!**

「よい聞き手」が育っているクラスは、「共感的な言葉」「友達の考えを生かす」「友達の考えと比べる」「友達に質問する」などの姿が見られます。そんな姿に支えられ、「話し手」も育っていきます。

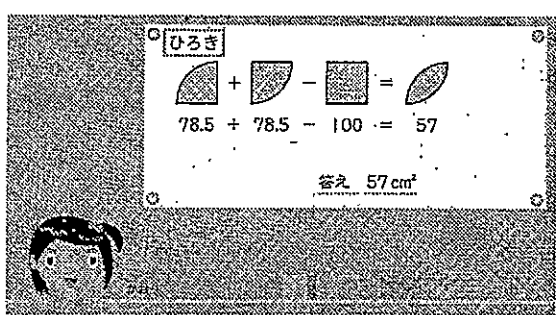


伝え合う学習活動

③ 友だちの考えを知ろう

「図を読み、式に表し、説明する活動」  
「式を読み、図を使って、説明する活動」

「みんなが考えた答え、自分の考えと比べて、説明しよう」  
「みんなの考えのいいところを話そう」



「まとめ」をしっかり!

「適用問題」で定着!

③ 友だちの考えを知ろう

④ みんなで話し合ってみよう

⑤ まとめよう

⑥ 確かめよう

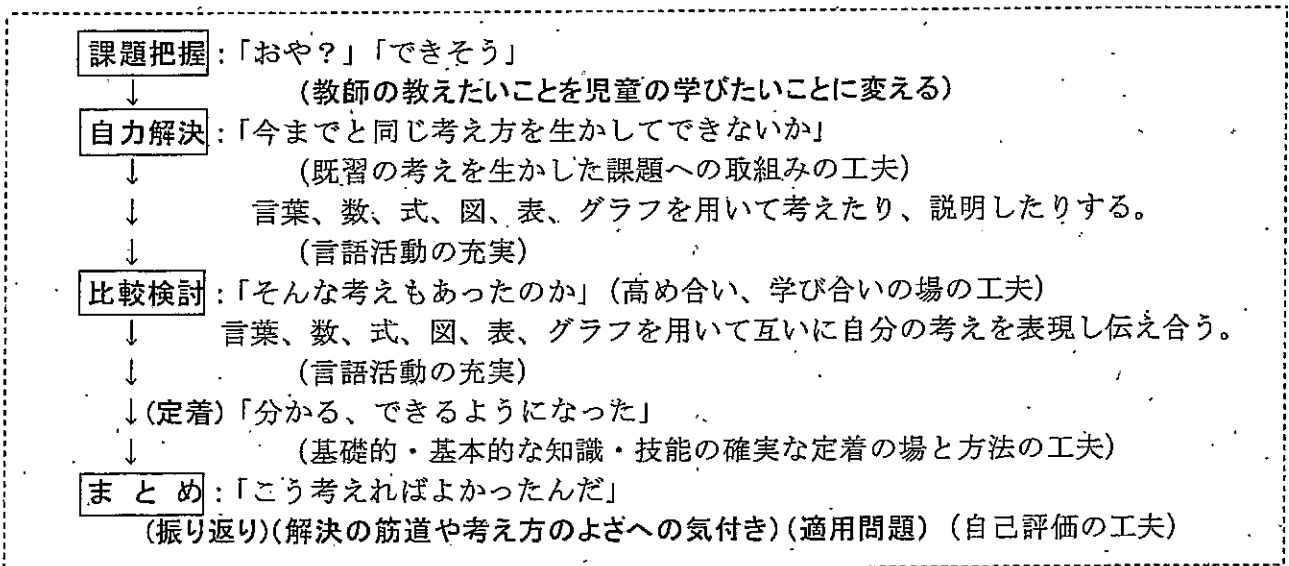
「みんなの考えを聞いて、みんなの考えを説明しよう」  
「みんなの考えのいいところを話そう」

まとめの中に、その授業で子どもたちから引き出した「数学的な見方や考え方」を取り入れ、それをキーワードとして、子どもたちの言葉を使ってまとめましょう。

適用問題で「できた!」という実感を持たせて授業を終わらしましょう。



◎授業での問題解決的な学習の基本的な流れ



<参考> 効果的なノートの使い方      キーワード・・・見開き

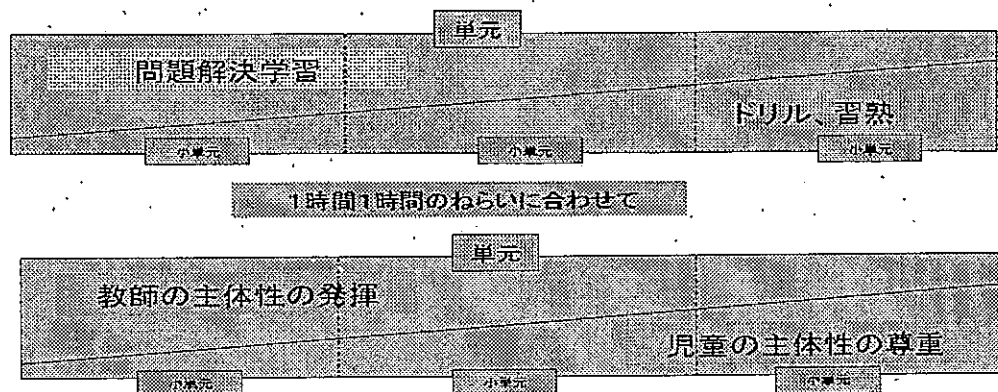
<ul style="list-style-type: none"> <li>・日付</li> <li>・算数の問題</li> <li>・授業のねらい</li> <li>・(見通し)</li> <li>・自分の解決</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・授業番号</li> <li>・友だちの考え</li> <li>・授業のまとめ</li> <li>・適用問題の解決</li> <li>・学習感想</li> </ul>
--	--

- 適用問題(評価問題)は必ずやる。
- Cの子をBに上げて授業を終わる。
- 「できた」という達成感をもたせる。
- 学習感想は、できた子から書かせる(全員書かなくてもよい)。

◎確実な定着のために・・・問題解決学習とドリル、習熟の時間のバランス

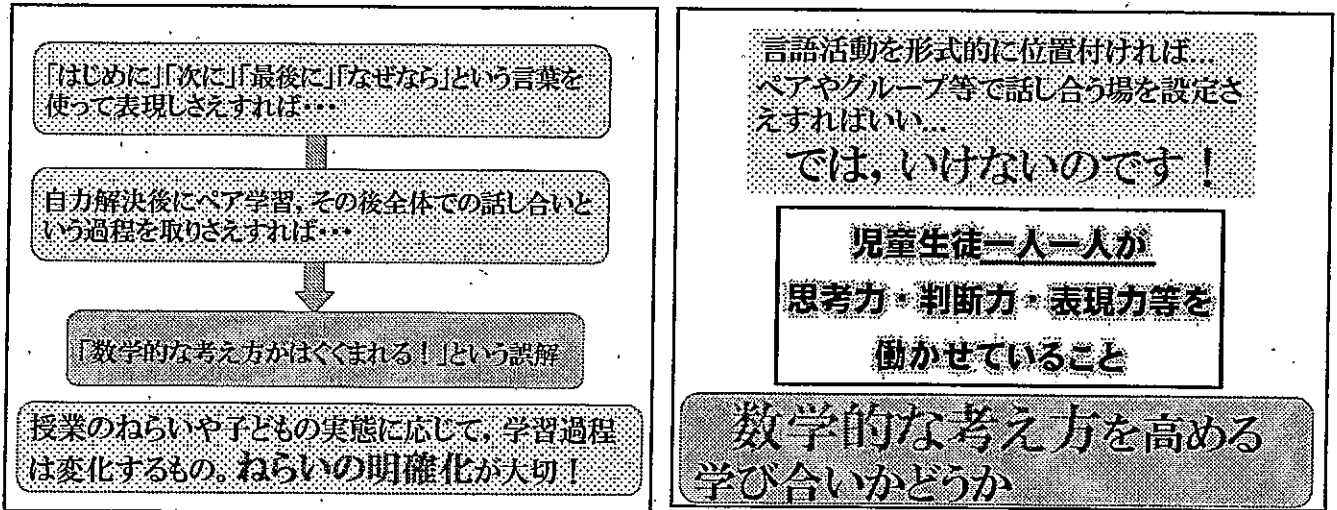
毎時間、問題解決学習を行う必要はありません。単元構想の段階で、問題解決学習をどこでどのように仕組んでいくか考えましょう。そして、ドリル、習熟の時間も確保しましょう。

知識・技能の確実な定着と  
 思考力、表現力等の育成のための  
 単元構想



#### 4 言語活動の充実

算数・数学科の言語活動における誤解



例えば、「なぜ、先生はあの場面でペア学習をさせたのですか？」

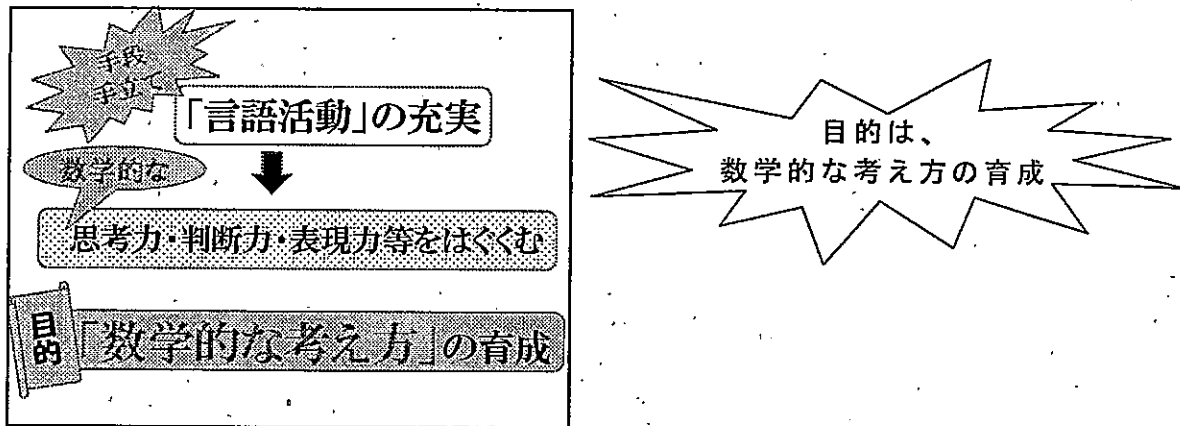
A 「言語活動を位置付けたかったからです。」・・・？

◎子どもが目的や理由を分かっていることが大切です。

A 「隣同士で答えを確認させることで不安な気持ちを取り除き、次の発表につなげていきたくったからです。」

A 「発表者の考えが理解できているか、理解の定着を図るためです。」

算数科における言語活動は目的ではない。手段・手立てである。



言語活動の充実のための指導のポイント

ポイント 言葉、数、式、図、表、グラフを用いて考えたり、説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりするなどの言語活動を積極的に取り入れる。

[平成24年度 学校教育指導の重点 福島県教育委員会]

- ・児童生徒が具体物を用いたり、言葉、数、式、図、表、グラフなどを用いたりして、自分の考えたことを表現したり、友達に説明したりする学習活動を取り入れる。
- ・考えを表現する過程で、自分のよい点に気付いたり、誤りに気付いたりすることがあるし、自分の考えを表現することで、筋道立てて考えを進めたり、よりよい考えを作ったりできるようになる。

「言葉、数、式、図、表、グラフなど」を『思考の道具』としても『説明の道具』としても用いることができるようにする。

<「伝え合う」活動の構想>・・・思考過程の共有・吟味

☆ ポイント①：「話したい」という意欲を引き出そう！

授業を構想する際に、子ども自身が「自分が言いたい」「話したい」という意欲を引き出すことを意識したい。

例えば、「『ズレ』を生かす」という視点。

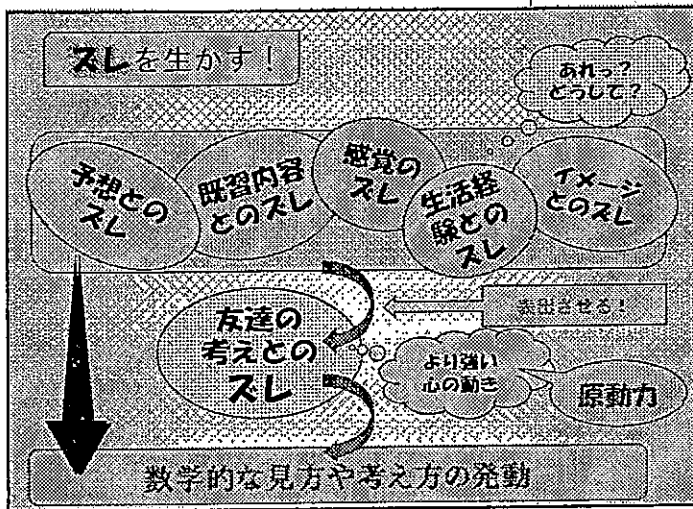
例「既習内容とのズレ」・・・条件不足の提示

T：「りんごとみかんがあります。りんごは5こです。みかんは、なんこですか」

C：「えっ、できないよ！」

T：「どうして？～さんは、できないといっているよ。みんなは、～さんの言っていることわかる？」

C：「わかるよ！だってね・・・」



子どもの「話したいという姿」は、主体的に「考えている姿」とも言える。

☆ ポイント②：「話し方のよさ」を価値付けよう！

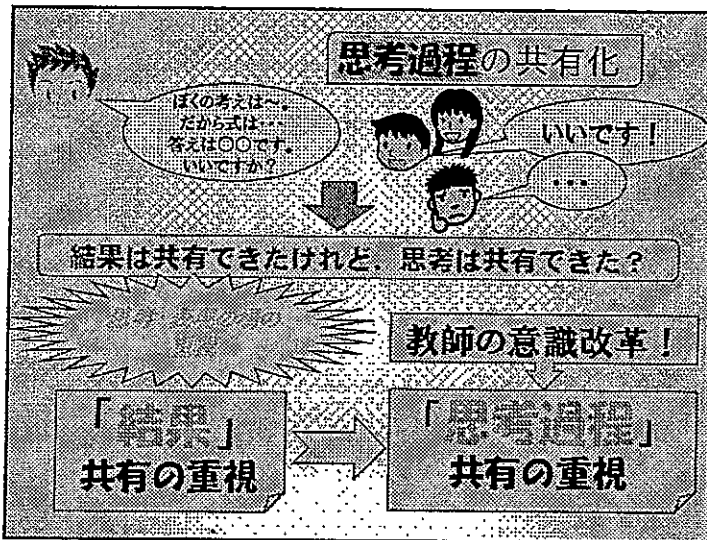
子どもが授業中に「伝え合う」姿を見せたとき、教師は積極的に称賛していきたい。そして、具体的にほめるのである。-ほめることは、教師の価値観を伝えることだと考える。一方で、そのよさを考えさせることも必要である。例えば・・・

T：「～さんの説明は、とても分かりやすいね。どうして分かりやすいのかな？」

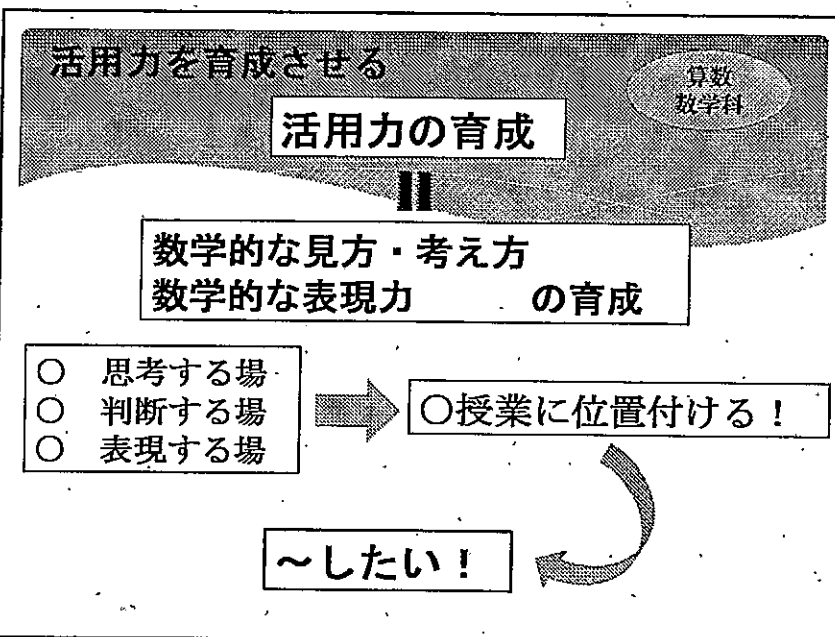
☆ ポイント③：「聞き手」を育てよう！・・・「話したくなる空間」

「伝え合う」活動を重視すると、「話し手」の育成の意識が強くなる。「よい話し手」の育成には、友達の話をしっかりとしている子ども、つまり、「よい聞き手」を育成する視点が欠かせない。「よい聞き手」が育っているクラスは、「共感的なことば」「友達の考えを生かす」「友達の考えと比べる」「友達に質問する」などの姿が見られる。そんな姿に支えられ、「話し手」も育っていく。

☆「結果共有重視」→「思考過程の共有」



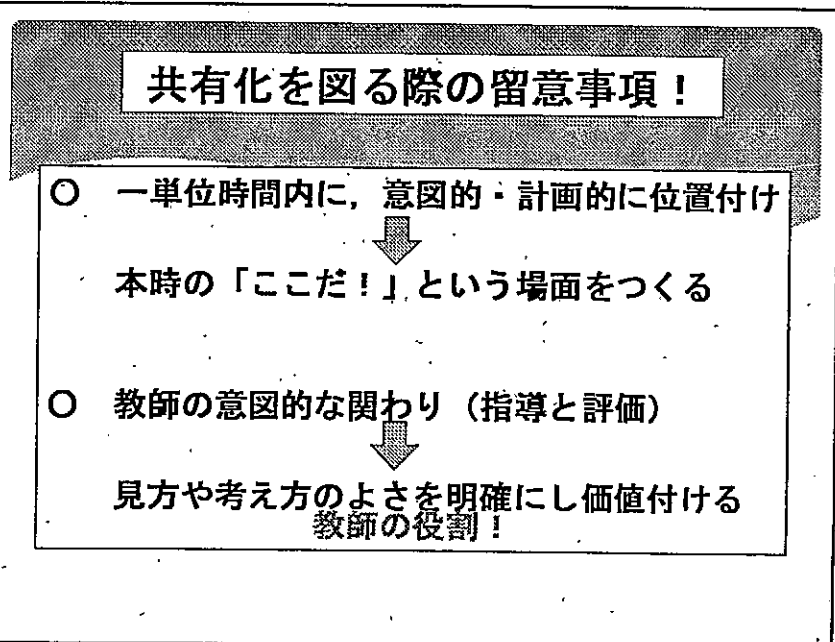
教師が、ねらいを明確にしておくこと、つまり、どんな子どもの姿を目指すのかを明らかにしておく必要があります。



特に、聞いたことを再現させ、考えの定着を図りましょう！



個人と全体という場の設定ばかりでなく、隣同士、左右のペア、小グループなどで交流する場も必要です。  
「共有した考え」をノートに書かせるなど、定着という視点も大切にしたいです。



本時における「数学的な見方や考え方のよさ」を価値付けましょう！



教師が、ねらいを明確にしておくこと、つまり、目指す子どもの姿（身に付けたい力）を明らかにしておく必要があります。

## ◎問題解決的な学習における言語活動の授業への位置付け

### ◎単元計画の作成の留意点

- (1) どのような算数・数学的な見方や考え方をはぐくむのか明確に
- (2) 「意味理解・概念形成の時間」と「適用・練習問題を解く時間」のバランス

### ◎導入

- (1) 児童生徒から「問い」を引き出す  
(「考えたい」「調べたい」という知的欲求を揺さぶり、学習への意欲を引き出す。)

※教師の教えたいことを児童生徒の学びたいことへ転換させる

引き出したい「問い」の例

あれ?      なぜ?      どちら?  
見つけた!    もしも…    たとえば…

児童生徒の「問い」こそが「めあて・課題」である

そのための「問題提示」の例

- ① 条件不足・条件過多にする  
子どもから「もしも～」を引き出す方法
- ② 「できる」→「できる」→「あれ？」の3拍子  
既習内容→既習内容→未習内容で既習と未習の接触面を明確にする方法
- ③ 似て非なるものを登場させる  
どちらかわかる→どちらかわかる→う～ん?迷うな?の連続で、  
はっきりさせたいという思いを引き出す方法
- ④ 限定した世界で発見させる  
「みつけた!発見!」をさせておいて、反例と出せ、  
子どもから「調べたい」という思いを引き出す方法
- ⑤ 4つのズレを生ませる  
・既習とのズレ    ・予想とのズレ    ・感覚とのズレ    ・友だちとのズレ
- ⑥ 隠しておいて、少しずつ見せていく  
子どもから「たぶん」「もしも」を引き出す方法
- ⑦ 無理難題をいう  
普段使っている算数の内容を使用禁止することでアイデアを引き出す方法
- ⑧ カードを使う  
子どもにカードを並べさせ、そこからきまりを発見させたり、続きを作らせたりする方法
- ⑨ 日常場面をそのまま提示する  
日常の生活場面をできるだけそのまま提示し、問題解決に必要な情報を抜き出させる方法
- ⑩ 「選ぶ場面」を設定する  
「どちらが大きいですか?」「どの計算方法を使いますか?」「どの図を使いますか?」など、子どもが選び、その理由を説明する活動を設定する。

前に習った  
ことを使えば  
できそう!

この問題ちよ  
っとおかしく  
ないかな?

(2) 児童生徒が「問い」(目的意識)をもったとき算数的活動が始まる

- ①数える ②表す ③比べる ④見付ける ⑤作る ⑥調べる  
⑦実測する ⑧見当・予測する ⑨選ぶ ⑩分ける ⑪確かめる など  
(算数的活動→小学校学習指導要領 算数編 P10 P11)

◎展開

(1) 数学的な見方や考え方を生かした課題への取組の工夫

- ① 数学的な見方や考え方は児童生徒の中にあり、それを引き出す。  
② 数学的な見方や考え方は児童生徒の言葉・式・図等で表される。

※児童生徒の言葉等をしっかりと聞き取ること、そして、適切に価値付けること

価値付けたい子どもの姿

<例> ・前に～ (既習事項を基に類推しようとしている)

発見!

- ・きまりを発見! みえた! (いくつかのデータから帰納的に考える)  
・もしも～なら、同じように考えると (類推的に考える)  
・なぜなら～だから、だって～だから

(確かな事実を基に演繹的に考える)

- ・いつでもいえるかな (一般化しようとしている)  
・だったら～の場合は～ (発展させようとしている)  
・まとめてみると～ (統合しようとしている)  
・もっと簡単にすると～ (単純化しようとしている)  
・極端に考えると～ (理想化しようとしている)  
・変わるものは～、変わらないものは～ (関数的に考えている)  
・たとえば～ (具体化しようとしている)  
・式にすると～ (式化、記号化しようとしている)  
・絵や図に表すと～ (図形化しようとしている)  
・表などに整理すると～ (分類・整理しようとしている)  
・～をもとにすると～

(基準量を明確にして比較量を数値化しようとしている)

(2) 教科の目標に近づくための言語活動の充実(手段であり目標ではない)

～言葉が飛び交う授業がよい授業とは限らない～

① まずは自分の考えを持つこと。

→自力解決の時間を確保する。

→文章で表された問題を、式や図、表などに書き表してみる。

×問題を与えたら「とりあえず班になってみましょう。」

×沈黙になると、つつい口を挟む。

② 自分の考えを表すこと。

→相手に伝えるために、より適切な数学的な表現を用いて自分の考えを表す。

③ 考えを伝え合い、高め合うこと。

→他者の考えを十分に聞く。

×自分の考えを説明する能力、伝える能力のみに偏った指導の繰り返し。

～本気で聞いてくれる友達がいるから本気で説明する～

【積極的な聞き手の例】

- 説明を聞いてわからなくなったら、説明を止めて、もう一度説明を  
求める姿
- メモをしながら説明を聞いて、自分なりのわかり方で説明しようと  
する姿
- 「それは〇〇ということでもいいんでしょう。」などと確認しながら  
聞いている姿
- 反応しながら聞いている姿

聞き取りする場、理解できたかどうかを教師が確かめたりする  
場、児童生徒自身が自覚したりする場などの設定をする。  
※再生活動（隣同士で話す、ノートに書くなど）

【積極的な説明者の例】

- 「ここまではいい？」と聞き手のわかり方を確認しながら説明する姿
- かきながら、思考を区切り聞き手を意識しながら説明する姿
- 「わからないところありますか？」と質問する姿
- 「例え」を使って説明する姿

例えば～



(3) 高め合い・学び合いの場の工夫  
～児童生徒同士の関わりを深める～

- ① 数学的な見方や考え方の高まりを目指す学び合い・高め合いをする。
  - 一般化していく 「いつでも使えるのか」
  - 明確化していく 「はっきりしているか」「曖昧さはないか」
  - 単純化していく 「簡潔にまとめられているか」
  - 統合化していく 「同じところはまとめられないか」
- ② 学び合い・高め合いは「イメージの共有」と「心への共感」が基盤である。
  - 反論だけでは深まらない  
「どこを変えればよいのか」「どう説明すればよいのか」

関わりを高める

- ① 予想させる 「～さんの考えの続きがわかりますか」
- ② 再生させる 「～さんの考えを隣同士で説明し合いませんか」
- ③ 要約させる 「～さんの考えは」つまりどういうことでしょうか」
- ④ 発見させる 「～さんのよいところはどこですか」
- ⑤ 推測させる 「～さんはどうしてこの考えが浮かんだと思いますか」
- ⑥ 共感させる 「～さんの気持ちがわかりますか」
- ⑦ 補助させる 「ヒントがいえませんか」





### 個人の思考を深める

- ◇ ある子どもが発言をしたとき、その子どもに「問い返し」てみよう。  
「**どうしてそう考えたの**」 と  
このことで、考えた**根拠**が話題になります。
- ◇ ある子どもが発言をしたとき、その子どもに「問い返し」てみよう。  
「**どうやって考えたの**」 と  
このことで、**考え方**が話題になります。
- ◇ ある子どもが発言をしたとき、その子どもに「問い返し」てみよう。  
「**どういうこと**」 と  
このことで、何を考えているのか、その**事実**が話題になります。
- ◇ ある子どもが問題を考え終わったとき、その子どもに「問い返し」てみよう。  
「**考えてみてどう思った**」 と  
このことで、問題を解こうとした子どもの**感性**が表出されます。

### ◎まとめ

#### (1) 解決への筋道や見方や考え方のよさへの気付き

- ① 授業のまとめとして考えられる言葉、数、式、図、表、グラフ等を用いて適用問題を解くことにより、知識や技能の確実な定着を図る。
- ② 教師と児童生徒で授業を振り返り、数学的な見方や考え方を再認識したり、再度称賛し、価値付けたりする。

#### (2) 自己評価の工夫

- ① 学習感想を書かせる意図を明確に持つ。  
→「どのように考えればよかったのか」  
×「よくわかった」「よくできた」
- ② 自己評価でも「数学的な見方や考え方」の振り返りをさせていく。

わかりやすく  
まとめられた!



### 【まとめ方いろいろ】

#### ① 子ども自らの振り返り

黒板に残っている「キーワード」を振り返り、その言葉を使って、子ども自らまとめさせる。キーワードは、知識だったり、数学的な見方・考え方だったりする。

#### ② 適用問題

適用問題を解かせる。ただ、単に答えを導き出させるだけではなく、黒板に残っているキーワードを用いながら、解説文を書くようにさせる。

#### ③ 算数日記

算数日記をかかせる。ただし、かかせる意図を教師が明確にもっていることが大切である。

#### ④ 教師の称賛・価値付け

授業者が本時の授業で大切な数学的な見方・考え方を再度振り返ったり、子どもたちの学習態度を称賛したりする。



## 5 評価の充実

### (1) 数学科における学習評価の考え方

数学科では、小学校算数科の基礎の上にさらにそれを発展させることをねらいとし、基礎的・基本的な知識及び技能を習得し、数学的な思考力・表現力を育むとともに、数学のよさを知り、数学が生活に役立つことや数学と科学技術との関係などについて理解を深め、事象を数理的に考察する能力と態度を養うことが求められている。数学科の目標はこのような背景から示されている。

学習評価は、評定を出すことが第一の目的ではなく、数学科の目標を達成するために行われる。目標を達成するために、評価を通して生徒の達成状況を把握し、学習指導の改善に生かさなければならない。

### (2) 評価計画作成上の留意点

評価は、生徒の学習状況を把握するだけでなく、指導の改善に生かすために行うものである。よって、評価計画を作成し、各単元において観点別学習状況の評価に係る時期や方法を整理し、作成した計画を基にして、授業のねらいと学習活動、指導、評価方法が適切だったのか等について振り返り、授業改善に生かしていくことが重要である。

算数科 単元名	事例2 小数のわり算	第5学年 「A 数と計算」
------------	---------------	---------------

キーワード：  
数学的な考え方

評価規準の作成、評価方法等の工夫改善のための参考資料より抜粋  
(文部科学省)

- 1 単元の目標  
 小数の除法の意味とその計算の仕方について、整数の計算と関連付けて考え、余りを求める計算を含む  $\frac{1}{100}$  の位までの小数の除法の計算ができる。

2 単元の評価規準

算数への 関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形についての 技能	数量や図形についての 知識・理解
<ul style="list-style-type: none"> <li>小数の除法の計算の仕方を整数の計算と関連付けて考えようとしている。</li> <li>小数が整数と同じ十進位取り記数法で表されていることを活用し、小数の計算も整数の計算と同じように考えることができるというよさに気付いている。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>小数の除法の計算の仕方を考えている。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{1}{100}</math> の位までの小数の除法の計算ができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>除数が整数である場合の計算の考え方を基にして、除数が小数である場合の除法の意味について理解している。</li> <li>小数の除法について、整数の場合と同じ関係や法則が成り立つことを理解している。</li> <li>小数の除法の計算における余りの大きさについて理解している。</li> </ul>

評価規準の設定や評価時期、評価方法などについては、国立教育政策研究所の資料を参考とする。

3 指導と評価の計画 (11時間)

時間	ねらい・学習活動	評価規準 (評価方法)		
		算数への 関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形についての 知識・理解
1	除数が小数である場合の除法の意味について考える。 ・問題場面を立式し、立式の理由を説明する。	○整数の除法の意味を拡張して小数の除法の意味を考えている。(学習活動の観察、ノート記述の観察)	◎除数が小数である場合の除法の意味について理解している。(ノート記述の分析)	
2	除数が小数である場合の除法の計算の仕方について考える。 ・小数でわる計算の仕方について説明する。	○小数の除法の計算について、整数の計算などと関連付けて考えようとしている。(学習活動の観察、ノート記述の観察)	◎小数の除法の計算の仕方を考えている。(学習活動の観察、ノート記述の分析)	

単元の目標を分析し、各時間のねらいにふさわしい1~2観点到評価項目を精選する。

効果的・効率的な学習評価を行うようにする。

観点ごとの評価をバランスよく実施する。  
(単元全体での見通しを！)

(3) 評価方法及び評価の時期

評価の観点	主な評価方法	各観点の特性の配慮
数学への 関心・意欲 ・態度	観察、ノート ワークシート レポート	挙手の回数などで量的に捉えるよりも、小単元等の学習のまどまりで同一の評価規準を設定し、小単元の中で少なくとも1回は評価し、ある程度長い期間で質的に評価する。
数学的な見 方や考え方	観察 ノート 小テスト ペーパーテスト	学習したことについて、思考・判断・表現を評価する観点である。この観点で捉える表現は、思考・判断したことの表現であり、見いだした数や図形の性質やそれらが成り立つ理由などの説明及びその解釈を対象とする。
数学的な 技能	小テスト ペーパーテスト ノート	技能としての表現はこの観点で評価する。「作図をする」「式の意味を読み取る」など、数学における基本的な「読みかき」に関わる事柄を身に付けているかどうか評価し、量ではなく、評価問題の難易度を工夫するなど質的に評価する。
数量や図形 などについ ての知識・ 理解	小テスト ペーパーテスト ノート	用語や記号の意味などについての知識だけでなく、問題を解決する手順や方法などについての知識も評価の対象であることに配慮する。ペーパーテストの問題を工夫するなどして評価する。

**ねらいの明確化の例**

本時のねらい  
マッチ棒を並べて正方形を  
 $n$ 個作ったときのマッチ棒  
の本数を求める式を、筋道を  
立てて考え、説明することが  
できる。

具体的には、  
どんな姿ですか？

筋道立てて考え  
るとは？

説明するとは？

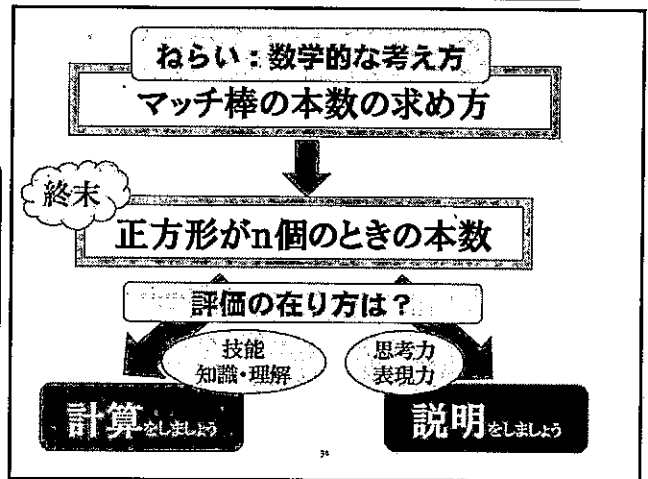
マッチ棒の本数を求める式を、  
3本のまどまりが $n$ 個できている  
ことなどに着目し、図と式を関連  
付けながら説明することができる。

**具体化**

「福島県版生きる力をはぐくむ  
学習評価指導事例集」より



まずは、ねらいを明確にしましょう。  
具体的に示すことです！



思考力、表現力を評価するには、可視  
化することです。  
ノートに書かせましょう。  
継続的に書かせることで、根拠をもと  
に分かりやすく書けるようになります。

**「書く」ことから見る評価**

肯定的な評価も！

九九はできるね **技能**

方法は分かって  
いるね **知識**

7の段の九九  
を！ **意欲**

繰り上が  
りを！

計算しよう  
したんだね

$$\begin{array}{r} 57 \\ \times 46 \\ \hline 342 \\ 228 \\ \hline 2522 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 57 \\ \times 46 \\ \hline 348 \\ 221 \\ \hline 2558 \end{array}$$


4観点を意識して評価しましょう！

## 6 活用力を高める

### ◎活用力とは

既習事項を活用し問題を解決するということは、思考し、判断し、そして表現することです。つまり、問題を解決するためには、思考力・判断力・表現力等が必要なのです。

そこで、問題を解決する際に必要な能力である思考力・判断力・表現力を活用力ととらえ、次のように定義します。

**既習事項を用いて考え、根拠をもとに必要な情報や事柄を判断したり選択したりし、自分の思いや考えを表現する力**

平成23年度福島県教育センター 研究紀要 より

### ◎活用力を育てる授業とは

日々の授業においては、子どもたちがともに学ぶ中で、「活用力（思考・判断・表現力）」を高める授業にしていきたいと考えます。活用力を算数・数学科で考えると、「数学的な見方や考え方」「数学的な表現力」という教科の本質です。B問題では、この力の定着が不十分だったのです。そこで、「数学的な見方や考え方」「数学的な表現力」を授業にしっかりと位置付け、その定着を目指した授業を構想していく必要があるのです。

**ズバリ!**

**活用力を高める  
算数科・数学科の授業とは…**

**問題解決能力の育成を目指す授業  
～数学的な見方や考え方の定着～**

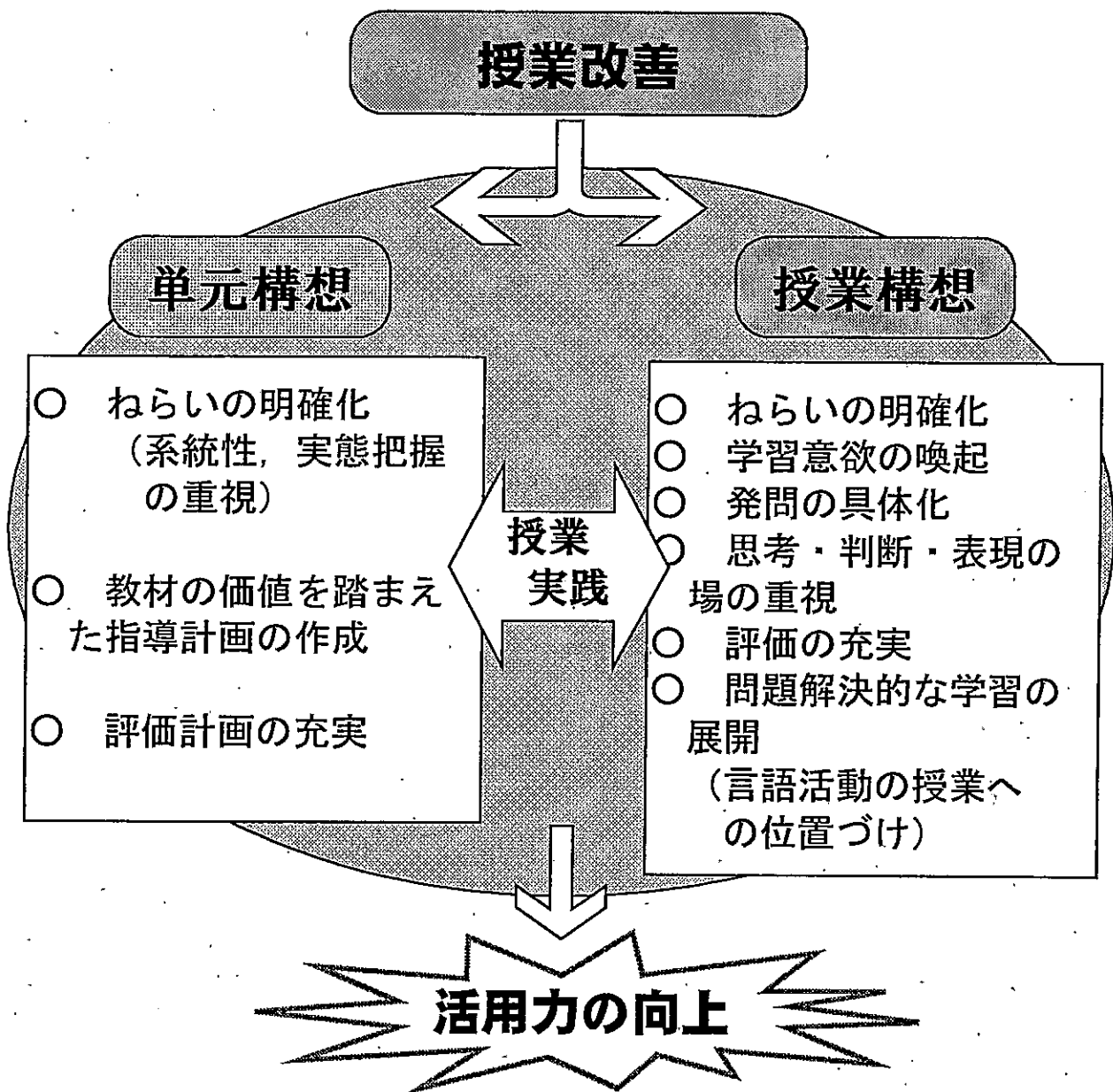
子どもに「考えましょう」という授業から、子どもが「考えたい!」という授業への変換を目指しましょう!

活用力を高める授業を行うには、「単元構想」と「授業構想」がかかせません。次のページを参考にして、授業をつくっていきましょう。

「活用力」を高めるため、授業を改善していく大きな柱が2つあります。「単元構想」と「授業構想」です。

我々教師は、「授業によってどんな力を身に付けさせたいのか？」をはじめに考えます。力を身に付けさせるためには、単元全体を見渡した単元構想と1単位時間の授業構想が必要です。ここでは、単元構想と授業構想の視点について詳しく説明します。

## 「活用力」を高める学習指導のあり方



単元構想、授業構想については、県教育センターWebページ◆授業改善→「活用力を高める学習指導の在り方」→◎算数科の授業づくりを参照してください。詳しく掲載してあります。

[http://www.cms-center.gr.fks.ed.jp/?action=common\\_download\\_main&upload\\_id=11119](http://www.cms-center.gr.fks.ed.jp/?action=common_download_main&upload_id=11119)

## 数学的な考え方の育成

算数・数学科において、基礎的・基本的な知識及び技能を習得し、数学的に考える力をはぐくむことが求められます。「知識」「技能」は比較的明確にとらえることができますが、「考える方」はあいまいになりがちです。課題を解決する際に「活用」されるのは「知識」「技能」と「数学的な見方や考え方」です。そこで、「数学的な見方や考え方」について考えてみましょう。

### 1. 数学的な考え方の内容

数学的な考え方には「帰納的な考え方」「類推的な考え方」「演繹的な考え方」があります。それ以外に「統合的な考え方」「発展的な考え方」「単純化の考え方」「一般化の考え方」「特殊化の考え方」「記号化、数量化、図解化の考え方」などもあります。

- 帰納的な考え方 幾つかの具体的な例に共通の一般的な事柄を見いだす考え方
- 類推的な考え方 既習の内容との類似点に着目して新しい事柄を見いだす考え方
- 演繹的な考え方 既に証明されている事柄を基に、別の新しい事柄を証明する考え方

< 帰納的な考え方（三角形の内角の和を考える場面）の例 >



形の違う3つの三角形の内角を測って足したら、どれもだいたい $180^\circ$ ぐらい。どの三角形でもきっと $180^\circ$ だわ。

複数のデータを調べて決まりを見つけたんだね。念のため、もう一つの三角形でも調べてみよう。



< 類推的な考え方（多角形の内角の和を考える場面）の例 >



六角形の内角の和も四角形の時と同じように三角形に分けて求められると思ってやってみたらうまくいったぞ。

四角形の内角を求める方法を当てはめてみたんだね。同じ方法が使えたということは、公式がつかれるかもしれないね。



< 演繹的な考え方

（三角形の内角の和は $180^\circ$ の証明後に四角形の内角の和を考える場面）の例 >



四角形は対角線で2つの三角形に分けられる。三角形の内角の和は $180^\circ$ だから2つ分で $360^\circ$ になるんだ。

既に分かっている三角形の内角の和は $180^\circ$ を使ったんだね。五角形の内角の和も求められそうだね。



## 2 数学的な考え方と結びついた表現

子どもたちの発表、説明の中にきちんとした形ではなくとも「数学的な見方や考え方」が活用されていることがあります。「例えば…」や「〇〇と似ているので…」とか「昨日、こういうのをやったので…」などの表現です。

それらを拾い上げ、教師とともに「数学的な見方や考え方」のどれに位置付くのかを確認しながら、子どもたちに意識化させることが大切です。

《帰納的な表現》「Aは～。Bは～。Cも～。だから、いつでも～です。」

「きまりが見えた」「見えた」「発見！」←出だしの言葉

《類推的な表現》「BはAに似ているな。Aは～だった。だから、Bもたぶん～だろう。」

「～と似ているから、同じように考えるとたぶん～だろう」

「もしかすると… たぶん… 前の…」

「前に使った～が使えるんじゃないかな」

《演繹的な表現》「～だから～です。」「なぜかという、～だからです。」

※根拠や理由を示して結論を述べるときに用いる表現

《統合的な考え》「～と～の考えは似ているな。」「～と～は結局同じ考えです」

《発展的な表現》「もし～だったら」、「〇が□だったら」

《順序の考え》「まず～して、次に～します。そして、最後に～します」

※筋道を立てて説明するときの表現

## 3 数学的な考え方を、学級全体で「共有」させる発問

この発問は、数学的な考え方の共有とともに、学級を「互いに学び合う集団」に高めるための発問でもあります。

①予想 「～さんの考えの続きが分かりますか。」

②再生 「～さんの考えを隣同士で説明し合ひましょう。」

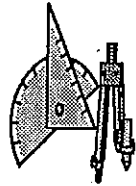
③要約 「～さんの考えは、つまりどういうことでしょうか。」

④発見 「～さんのよいところはどこですか。」

⑤推測 「～さんはどうしてこの考えが浮かんだと思いますか。」

⑥共感 「～さんの気持ちが分かりますか。」

⑦補助 「ヒントがいええますか。」



## 4 数学的な考え方の意味と具体的イメージ

※出典：数学的な考え方の具体化と指導（明治図書）片桐重男著

### ○ 数学の方法に関係した数学的な考え方

(1) 帰納的な考え方 幾つかの具体的な例に共通の一般的な事柄を見いだす考え方

① 幾つかのデータを集める。

② それらのデータの中に共通に見られるルールや性質、きまりを見付ける。

③ 見つめたきまりは、そのデータを含む集合（変数の変域全体）で成り立つであろうと推測する。

④ 推測したきまりが真であることをより確かなものにするために、新しいデータで確かめる。

(2) 類推的な考え方 既習の内容との類似点に着目して新しい事柄を見いだす考え方  
見通しを立てるとき、すなわち解の発見に極めて大切

ある事柄Aについて、その性質、法則または解決の方法を知りたい。

しかし、それが分からないとき、Aと似ている既知の事柄A'を思いだし、(A'については性質や法則、解決の方法などP'が分かっているとする) AについてもA'のP'と同様な性質または法則Pが成り立つのではないかというように思考を進めていく考え方。

(3) 演繹的な考え方 既に証明されている事柄を基に、別の新しい事柄を証明する考え方

いつでもいえるということを証明するために、既に分かっていることを基にして、その正しいことを証明しようとする考え方。

(4) 統合的な考え方

多くの事柄を個々ばらばらにしておかないで、より広い観点から、それらの本質的な共通性を抽象し、それによって、同じものとしてまとめていこうとする考え方。

(5) 発展的な考え方

1つの結果が出ても、さらによりよい方法を求めたり、より一般的に新しいものを発見したりしていこうとする考え方。

- 1 問題の条件をかえる(条件の一部、条件をゆるめる)問題場面を変える。
- 2 思考の観点を変える。

(6) 抽象化の考え方

幾つかのものに共通な性質を引き出そうとする考え方。抽象化と表裏一体の捨象化、具体化、理想化、条件の明確化などもこの考え方。

(7) 単純化の考え方

ある事柄を考えると、その事柄を構成している要素や条件の一部分を一时无視して、簡単な場合に直して考察しようとする考え方。

例) 小数、分数を整数にして考えてみる・・・

(8) 一般化の考え方

ある概念の意味の適用範囲(外延)を広げていこうとする考え方。また、問題解決で、一般的な性質を見だし、この問題を含む集合全体についての(解法の)一般性を求めていこうとする考え方。

(9) 特殊化の考え方

一般化の逆の考え方。ある事柄の特別な場合について考察しようとする考え方。

一般的には、問題の変数などを特別な数量に置き換えたり、極端な場合に考えたりすることで、次のような場面の解決に役立つ。

- ① 問題の構造を理解する場面
- ② 結果や方法の見通しを立てる場面
- ③ 得られた解が正しいか確かめる場面

(10) 記号化の考え方

ある事柄を形式的に表現し、それに基づいて思考を進めていく考え方。

記号に表していこうとする考え方と記号化されたものを読んでいこうとする考え方とがある。そしてさらに数学的用語を用いて簡潔、明確に表したり、これをよんでいこうとする考え方を含めていく。

(11) 数量化、図形化の考え方

質的な事柄を、量的な性質としてとらえようとする。

量の大きさを数を用いて表そうとする考え方。

数的な事柄を関係を、図形やその関係に置き換えようとする。

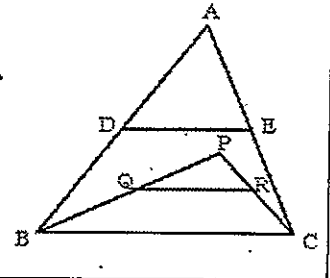
## II 実践編

### 1 子どもの思考をゆさぶる問題づくりの手法

#### 1 授業の流れ

##### (1) 問題提示

問題 右の図のように、 $\triangle ABC$ をかき、辺 $AB$ 、辺 $AC$ の中点を  
 $D$ 、 $E$ とし、 $D$ と $E$ を結ぶ。次に、 $DE$ と $BC$ 間に点 $P$ をとり、  
辺 $PB$ 、辺 $PC$ の中点を $Q$ 、 $R$ として結ぶ。  
 $DE$ と $QR$ はどちらが長いだろうか。



「どちらが長いだろうか」という問いかけに、見た目から判断できないことから生徒の思考がゆさぶられる。生徒たちは、黒板の図やノートにかいた図を見ながら、生徒たちはどちらが長いか考え始める。ポイント・・・いろいろな答えが予想される問題

##### (2) 予想

答えを予想させると、「 $DE$ が長い」という生徒が多くなる。「 $QR$ が長い」「同じ」と予想する生徒もいると、思考がさらにゆさぶられる。「異なる予想」があると、「おや?」「どれが正しいのだろうか?」という気持ちになり、考えようとする意欲が高まる。

ポイント・・・自分と異なる予想

##### (3) 課題

ノートにかいた図の $DE$ と $QR$ を実測すると、ほぼ同じ長さになる。自分の予想との違いに驚く。ここで、「 $DE$ と $QR$ の長さは本当に同じなのか?」という課題が明確になる。

ポイント・・・自分からやってみようという意欲がわく課題 ここから数学的活動が始まる

##### (4) 課題解決

課題を解決する方法として、「2つの三角形の相似を証明する」「三角形と比の定理を使って証明する」などを生徒から引き出したい。ここでも、「自分ではできなかったが、どんな証明があるのかな?」「自分は〇〇の証明を考えただけ、 $\triangle$ の証明のほうが簡単そうだな」という思考のゆさぶりがある。

ポイント・・・多様な解決方法 言語活動の充実(再生活動、補助活動、換言活動など)

##### (5) 問題の解決

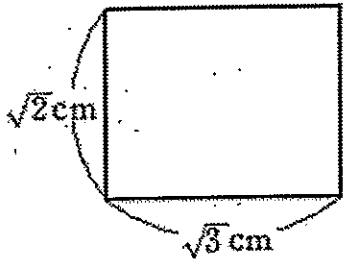
2つの証明から気付いたことをノートに書かせることを通して中点連結定理にまとめる。教科書でも確認し、適用問題に取り組みせる。

ポイント・・・キーワードなどを用い自分の言葉でまとめさせる 適用問題で「できた」を実感させる



## 2 「問題」と「課題」

授業のはじめに提示するのは、課題ではなく問題である。

<p>問題 縦が<math>\sqrt{2}</math> cm、横が<math>\sqrt{3}</math> cmの長方形の面積は、 何<math>\text{cm}^2</math>になるだろうか。</p> <p>課題 <math>\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3}</math> と計算してよいだろうか？</p>	
---	---

この問題を提示すると、生徒からは次のような考えが出される。

ア  $1.41 \times 1.73 = 2.4393$       約 2.44

イ  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$       約 2.44

イのように考えても、アとほぼ同じになることから生徒の思考がゆさぶられる。「 $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3}$  と計算してよいだろうか？」という課題がうまれる。

<p>問題・・・ (教師が与えるもの) ※子ども「今日はどんな問題だろうか？」</p> <p>課題・・・「問題」の解決過程で生じた (子どもがもつもの) ※子ども「考えてみよう」「やってみよう」</p>
---

生徒に、「考えてみよう」「やってみよう」と感じさせることが大切である。授業のはじめに「 $\sqrt{2} \times \sqrt{3} =$

$\sqrt{2 \times 3}$  と計算してよいか？」という課題を与えても、生徒にとってそれを考える必要性は感じられない。生徒が目的意識をもって主体的に取り組む活動にはなりにくい。「本当?」「なぜ?」という気持ちを引き出し、生徒が主体的に考えるようにさせる。

## 3 問題づくりの視点

(1) これまで学んできたこととの間にずれを生じさせる

<p><math>\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{2+3}</math> と計算してよいだろうか？</p>
---

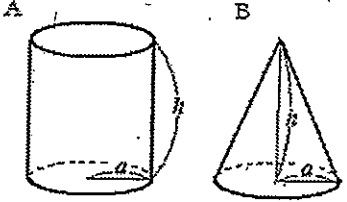
$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$  であることを学んだあとであることから、 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$  と考えがちである。しかし、生徒に考えさせると、それぞれの近似値を求めて比べたり、他の数値で考えて反例を示す生徒も出てきて、「正しくない」という声が多くなる。これまでに学んできたこととの間にずれが生じ、思考がゆさぶられる。「平方根の加法の仕方を考えよう」という課題が生まれ、生徒は主体的に取り組むようになる。

(2) 見た目では明確に判断できないようにする

1で提示した「中点連結定理」の問題が、これに当てはまる。DEとQRはどちらが長いのか見た目では明確に判断できないことから、「微妙だ!」「どっちが長い?」と思考がゆさぶられる。

1年空間図形における円柱と円錐の体積の問題も同様に考えることができる。「高さと円の半径が同じなら、円錐は円柱の $\frac{1}{2}$ 倍だろうか?」など、思考がゆさぶられる。

右の円柱Aと円錐Bでは、  
Bの体積はAの体積の $\frac{1}{2}$ 倍だろうか?



The diagram shows two geometric figures, A and B. Figure A is a cylinder with a circular base of radius 'a' and a height of 'h'. Figure B is a cone with a circular base of radius 'a' and a height of 'h'. The labels 'A' and 'B' are placed above their respective figures.

(3) 異なる予想が生じるようにする

選択タイプの問題で、予想が「ア」「イ」「同じ」などに分かれることがある。自分と異なる予想に出会い、思考がゆさぶられる。

5本のうち当たりが2本入っているくじがある。このくじをA、Bの2人がこの順に1本ずつ引くとき、A、Bどちらの方が有利でしょうか。

「先にくじを引くので、Aの方が当たりやすい」「残り物には福があるのでBの方が当たりやすい」「当たりとはずれしかないので、AもBも当たる確率は $\frac{1}{2}$ である」という予想が生徒たちからでてくる。

自分の予想に不安が生じたとき、自分の予想が正しいことを証明しようとしたとき、思考がゆさぶられ生徒は意欲的に取り組むようになる。

さらに、発展タイプの問題でいろいろな予想が生じるときは、「本当?」「それでいいの?」と思考がゆさぶられる。次のような、2年「文字式の利用」における問題では、生徒からはいろいろな予想が出される。

下のような2つの数の組みがある。これらの2つの数の間には、どのような関係があるだろうか。

$\begin{Bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 6 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 7 & 5 \\ 5 & 7 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 8 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 9 & 1 \\ 1 & 9 \end{Bmatrix}$
--	--	--	--

(4) 驚きや意外性を感じさせるようにする。

続けて計算をして答えを出したとき、その答えを教師がずばりの中させたとき、生徒は「何でわかったの?」「どうして?」と驚く。「どうして?」と思った瞬間に、「分かりたい」という気持ちが生じる。

\* 自分の好きな数を1つ選んでください。

① 選んだ数を2倍してください。

② ①の答に10をたしてください。

③ ②の答えから、最初に選んだ数より5だけ大きい数をひいてください。

④ 最後に、③の答えから、最初に考えた数より2だけ小さい数を引いてください。

答え \_\_\_\_\_

2年式の計算の導入で扱うことも考えられる。「これからこの単元を学習すると、このように不思議なことも証明することができる」と伝え、生徒の興味・関心を引きたい。

プリントの裏面に、薄く「 」と書いておき、「答えが出た人から後ろを見てごらん。先生は一人一人の好きな数字を予想して答えを書いておいたよ。」と投げかけると、生徒たちははじめ「すごい!」と感じ、徐々にみんな同じ数字が書いてあることに気がつく。ここから、「何で になるの?」という問いが生じる。

また、次のような生徒に関する数字が表れてくる答えもおもしろい。

① 生まれた月を50倍してください。

② その数を2倍して、生まれた日をたしてください。

③ その数を2倍してください。

④ その数に6をたしてから5倍してください。

⑤ その数に3をたしてから10倍してください。

⑥ その数に自分の年齢より3多い数をたしてください。

⑦ 最後に333をひいてください。

※ 何が出てくるでしょうか。 \_\_\_\_\_

導入で扱う場合は、文字を用いた説明はしない。文字と式を学習したあと、学び直しとして「生まれた月をa」「生まれた日をb」「年齢をc」とし証明すると、文字のよさを実感するようになる。

① 生まれた月を50倍してください。

② その数を2倍して、生まれた日をたしてください。

③ その数を2倍してください。

④ その数に6をたしてから5倍してください。

⑤ その数に3をたしてから10倍してください。

⑥ その数に自分の年齢より3多い数をたしてください。

⑦ 最後に333をひいてください。

※ 何が出てくるでしょうか。 \_\_\_\_\_

2年式の計算では、次のような導入問題も考えられる。

地球を大きな球と考えたとき、赤道の周りに赤道の長さより10mだけ長いひもを、地表からすき間が均等にできるように張ります。ひもと地球の表面とのすき間はどのくらいになるでしょうか。

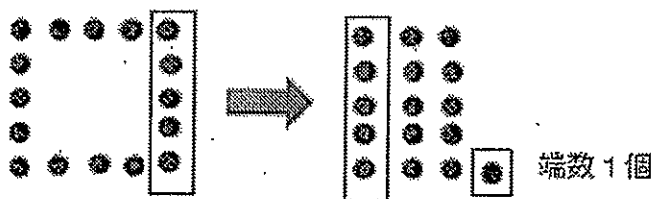
- ア アリが通れるくらい
- イ ネズミが通れるくらい
- ウ 犬が通れるくらい
- エ 人間が通れるくらい

大きな地球に、差がたった10mのひもを張ると、約1.6mのすき間ができる。ピンポンに同じようにしても1.6mのすき間ができる。

教師が難しそうな問題を瞬時に答えることで、驚きを感じ、「なぜ、そんなに速く分かるの?」「何かきまりがあるの?」という疑問を生じさせる例である。

1年文字と式において、薬師算の問題を用い、生徒が教師に問題(端数)を出し、教師が端数だけで総数を瞬時に当てることを繰り返す。

碁石で正方形をつくります。正方形の1辺の碁石を残し、他の碁石を残した碁石の横に並べると端数ができます。この端数だけで総数を当てることができるでしょうか。



教師「何の数字でもいいから端数をいってみて」、生徒「端数が4個」、瞬時に教師が「総数は28個」と答える。生徒「端数が6個」教師「総数は36個」、生徒「端数が26個」教師「総数は116」、次々に問題に教師は答える。すると生徒は、「えーなんで?」と疑問が生じる。この疑問を解決するために、表を用いて考え、関数的な考えを引き出し、端数から総数を求める式を一般化していく。

解答例

◎表から考える

端数	1	2	3	4	...	n
総数	16	20	24	28	...	?

◎n個のときの式を求める

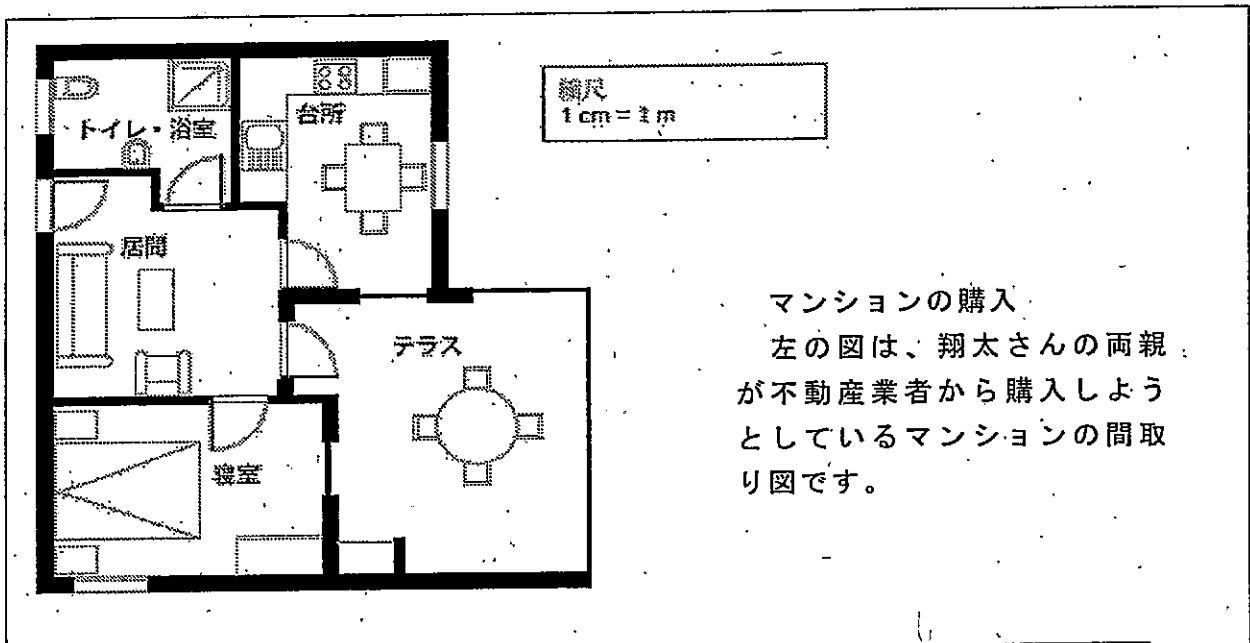
$$4n + 12$$

## 2 活用力を高める問題

### ◎ PISA 2012の問題「L字型の面積」

4年生の「面積」学習の活用問題として「L字型」の面積問題がある。この問題を活用した問題が、PISA 2012の問題にあった。「L字型の面積」の問題は、4年生の子どもにとって、長方形の面積学習の発展問題である。

PISA調査の目的は、義務教育終了段階の一五歳の生徒が、それまでに身に付けてきた知識や技能を、生活の様々な場面で直面する課題にどの程度活用できるかを測ることにある。



マンションの購入

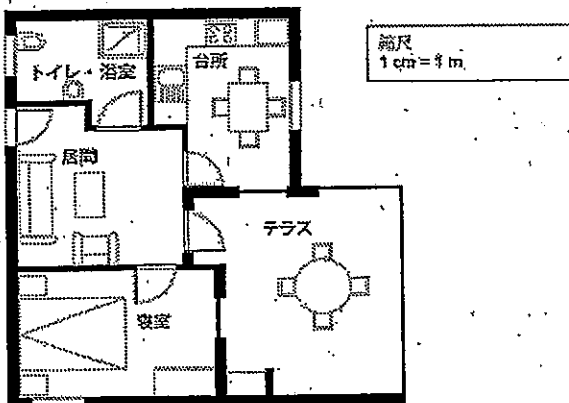
左の図は、翔太さんの両親が不動産業者から購入しようとしているマンションの間取り図です。

マンションの購入に関する問

各部屋の面積を求め、合計することで、マンションのおよその総床面積（テラスと壁を含む）を見積もることができます。

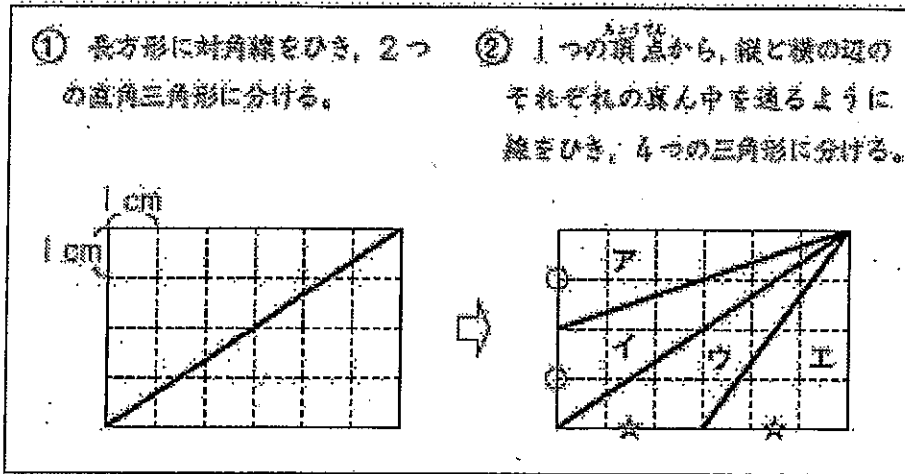
しかし、もっと効率的な方法があります。4か所の長さを測るだけで、およその総床面積を見積もることができるのです。マンションのおよその総床面積を見積もるのに必要な測定か所4つを、上の図に示してください。

<解答>



(2) たかしさんは、下のような分け方を考えました。

たかしの分け方



たかし

三角形ア、イ、ウ、エは、もとの長方形の面積の半分の半分になっているのかな。

たかしの分け方を見て、なおみさんが次のように言いました。

三角形ウとエは、☆の部分を変辺とすると、どちらも  
 変辺が3 cm、高さが4 cmです。  
 だから、三角形ウとエの面積は等しくなります。



なおみ

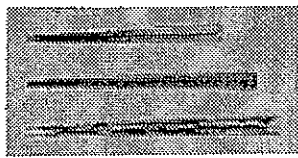
たかしさんは、なおみさんの説明を聞いて、三角形アとイの面積も等しくなることに気がつきました。

三角形アとイの面積が等しいことを、言葉と数を使って書きましょう。

解答

◎平成26年度全国学力・学習状況調査 B問題 5 「数量関係」の領域から

(2) まことさんは、使いやすいはしの長さのめやすについて発表します。



使いやすいはしの長さのめやす

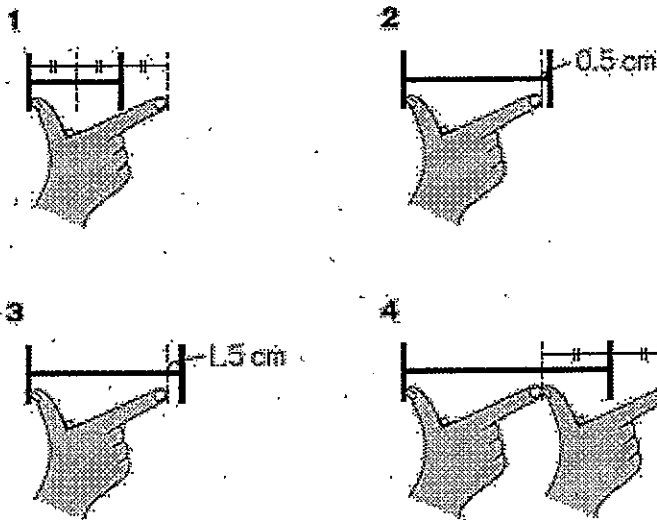
使いやすいはしの長さのめやすは、「<sup>1</sup>—あたま

」とされています。

—あたまは、親指と人差し指を直角に広げたときのそれぞれの指先を結んだ長さです。

—あたま半は、—あたまを1.5倍した長さです。

下の1から4までの中から、—あたま半の長さを表しているもの(—)を1つ選んで、その番号を書きましょう。



(3) まことさんの発表を聞いて、なつきさんは妹のはしを買いに行こうと思いました。

なつきさんは—あたまの長さについてさらに調べ、下のことがわかりました。

—あたまは、身長の約10%の長さです。

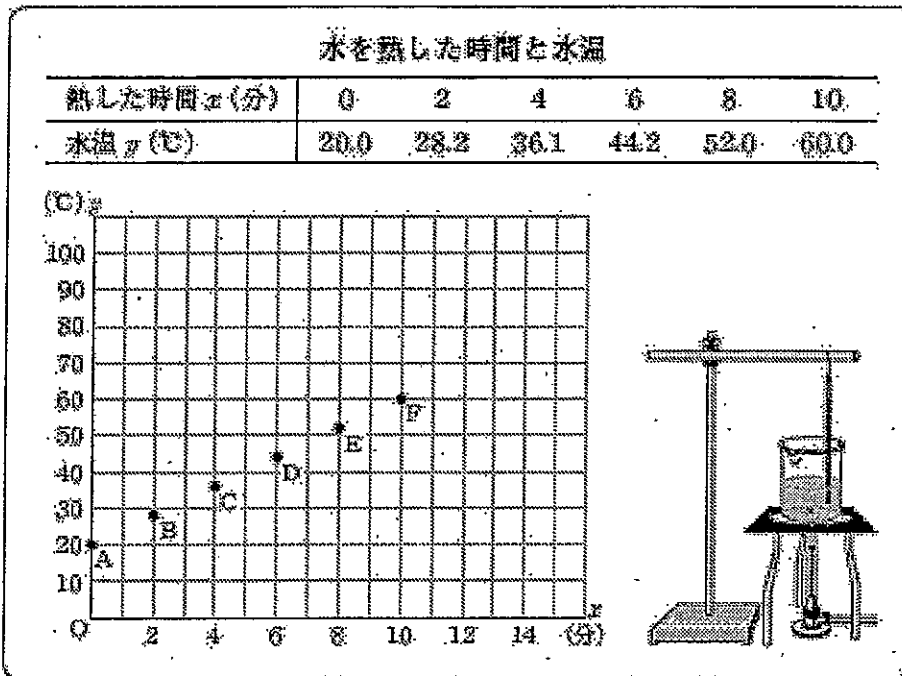
妹の身長は140 cmです。

妹の身長と、左の使いやすいはしの長さのめやすをもとに、—あたま半の長さを求めると、はしの長さは約何 cm になりますか。求め方を言葉や式を使って書きましょう。また、答えも書きましょう。

解答

3 太一さんは、水を熱したときの水温の変化を調べました。そして、水を熱した時間と水温について下の表のようにまとめ、 $x$ 分後の水温を $y$ ℃として、グラフに表しました。

調べた結果



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 水温は、熱し始めてから10分間で何℃上がりましたか。10分間で上がった温度を求めなさい。

(2) 太一さんは、水温が80℃になるまでにかかる時間を求めるために、調べた結果のグラフにおいて、水を熱した時間と水温の関係を表す点Aから点Fまでのすべての点が一直線上にあると考えました。

このとき、水温が80℃になるまでにかかる時間を求める方法を説明しなさい。ただし、実際に時間を求める必要はありません。

解答



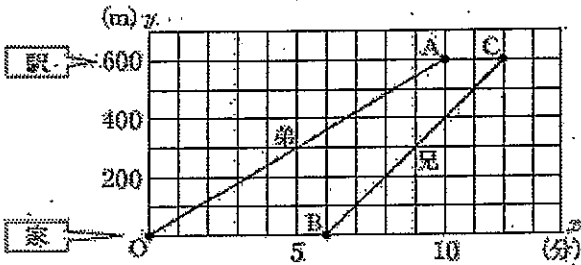
6 次の問題について、グラフを使って考えます。

問題

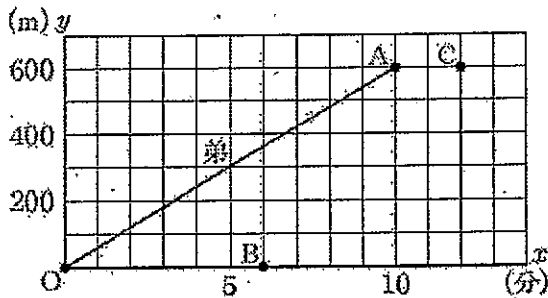
家から600m離れた駅に向かって、弟が家を出発し分速60mで歩いています。兄が弟の忘れ物に気づいて、同じ道を追いかけました。弟が出発してから5分後に分速100mで追いかけると、兄は弟に追いつくことができますでしょうか。  
また、追いつくことができない場合は、どうすれば兄は弟に追いつくことができたでしょうか。

下の図は、弟が出発してからの時間を $x$ 分、家から駅に向かって進んだ道のりを $y$ mとして、弟と兄の進むようすを、それぞれ線分OA、線分BCで表したグラフです。

弟と兄の進むようす



(3) 兄の速さを変えれば、出発する時間を変えなくても、弟が駅に着いたときに、ちょうど兄が弟に追いつくことができます。このようすをグラフに表すには、弟と兄の進むようすの4点O、A、B、Cのうち、どの2点を結べばよいですか。その2点を書きなさい。また、その2点を結んだグラフから兄の速さを求める方法を説明しなさい。ただし、実際に兄の速さを求める必要はありません。



解答

学ぶ

谷川俊太郎

学ぶ

谷川俊太郎

あなたは学ぶ

空に学ぶ

空はずでに答えている

答えることで問いかけている

わたしは学ぶ

土に学ぶ

隠された種子の息吹

はだしで踏みしめるこの星の鼓動

あなたは学ぶ

木に学ぶ

人からは学べぬものを

鳥たちけものたちとともに学ぶ

わたしは学ぶ

手で学ぶ

石をつかみ絹に触れ水に浸し火にかざし

愛する者の手を握りしめて

あなたは学ぶ

目で学ぶ

どんなに見開いても見えぬものが

閉じることで見えてくること

わたしは学ぶ

あなたから学ぶ

わたしとは違う秘められた傷の痛み

わたしと同じささやかな日々の楽しみ

わたしたちは学ぶ

本からも学ぶ

知識と情報に溺れぬ知恵

言葉を超えようとする言葉の力を

そうしてわたしたちは学ぶ

見知らぬ人の涙から学ぶ

悲しみを分かち合うことの難しさ

わたしたちは学ぶ

見知らぬ人の微笑みから学ぶ

喜びをわかちあうことの喜びを